

Teoría de la Comunicación

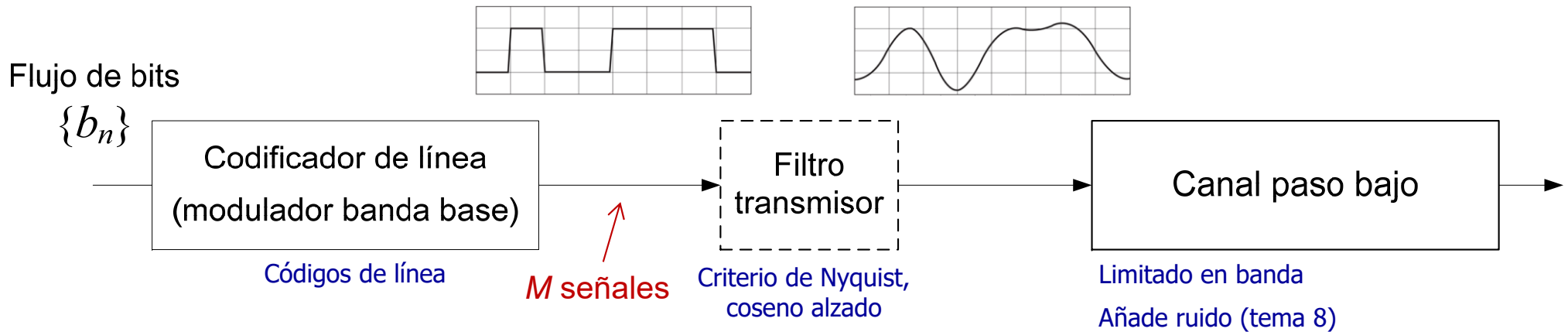
Grado en Ingeniería Electrónica de Comunicaciones
Grado en Ingeniería de Sistemas de Telecomunicación
Grado en Ingeniería de Sonido e Imagen
Grado en Ingeniería Telemática

Tema 7

Transmisión digital por canales de ancho de banda limitado



Transmisión digital banda base (BB)



Codificador de línea. Agrupa k bits y les asigna una forma de onda, $s_i(t)$, entre M posibles

○ Régimen simbólico, régimen binario

$$R_s = \frac{1}{T_s} \quad [\text{símbolos/s o baudios}]$$

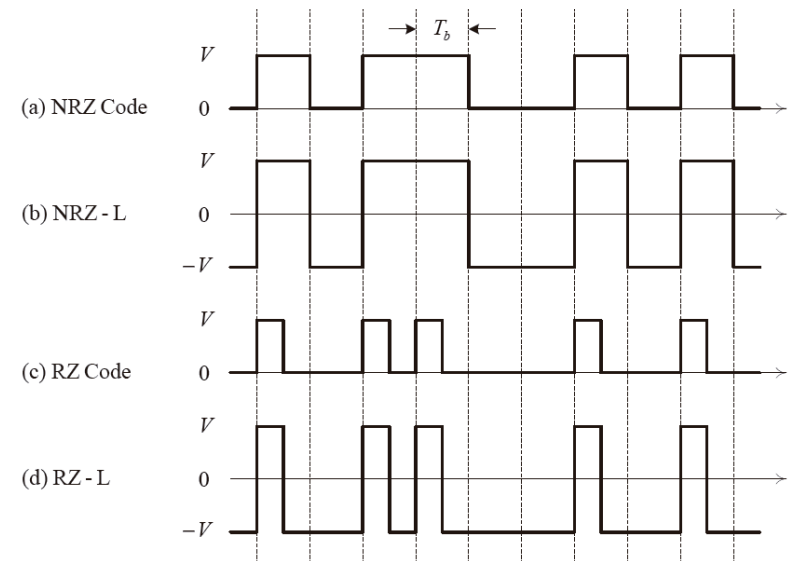
$$R_b = \frac{1}{T_b} \quad [\text{bits/s}] = k \cdot R_s$$

$$k = \log_2 M$$

Filtro transmisor. Adapta la señal al canal limitado en banda

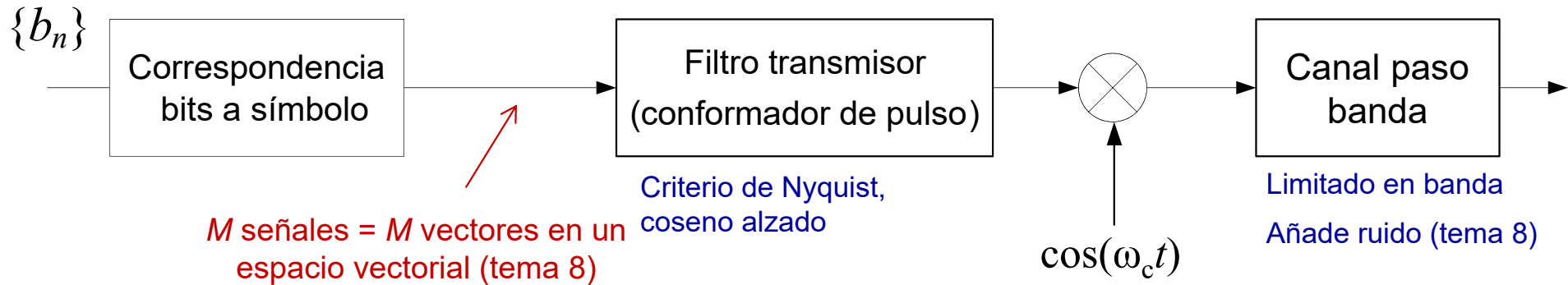
Binary Data 1 0 1 1 0 0 1 0 1

Ejemplos de códigos de línea para $M = 2$

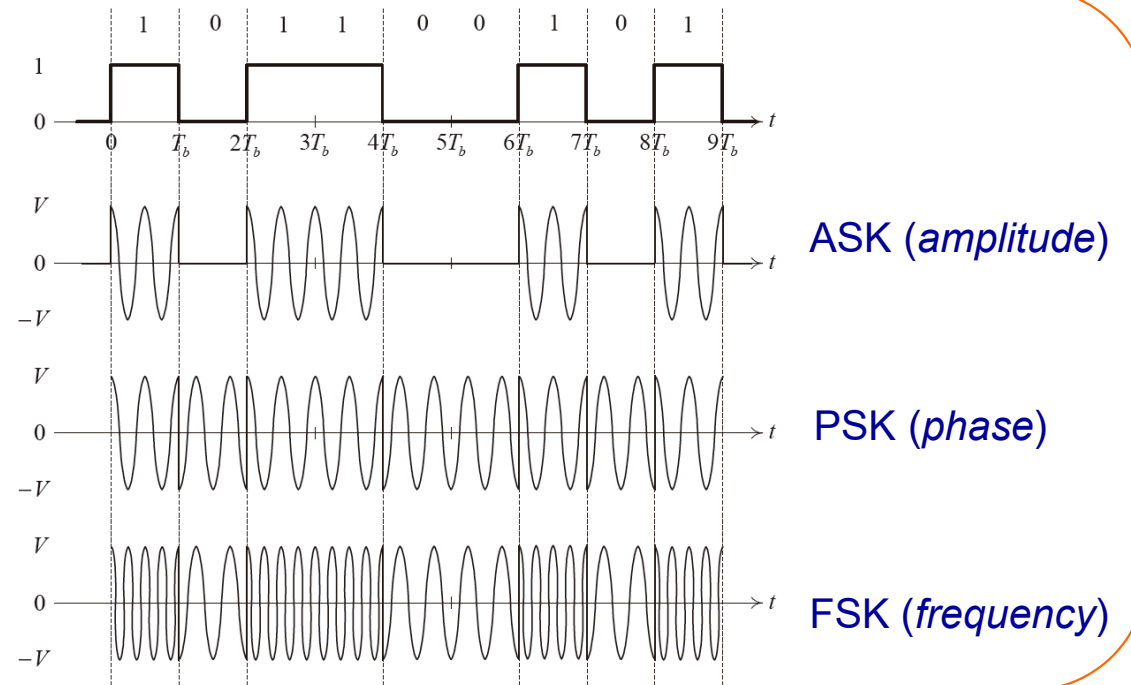


Transmisión digital paso banda (PB)

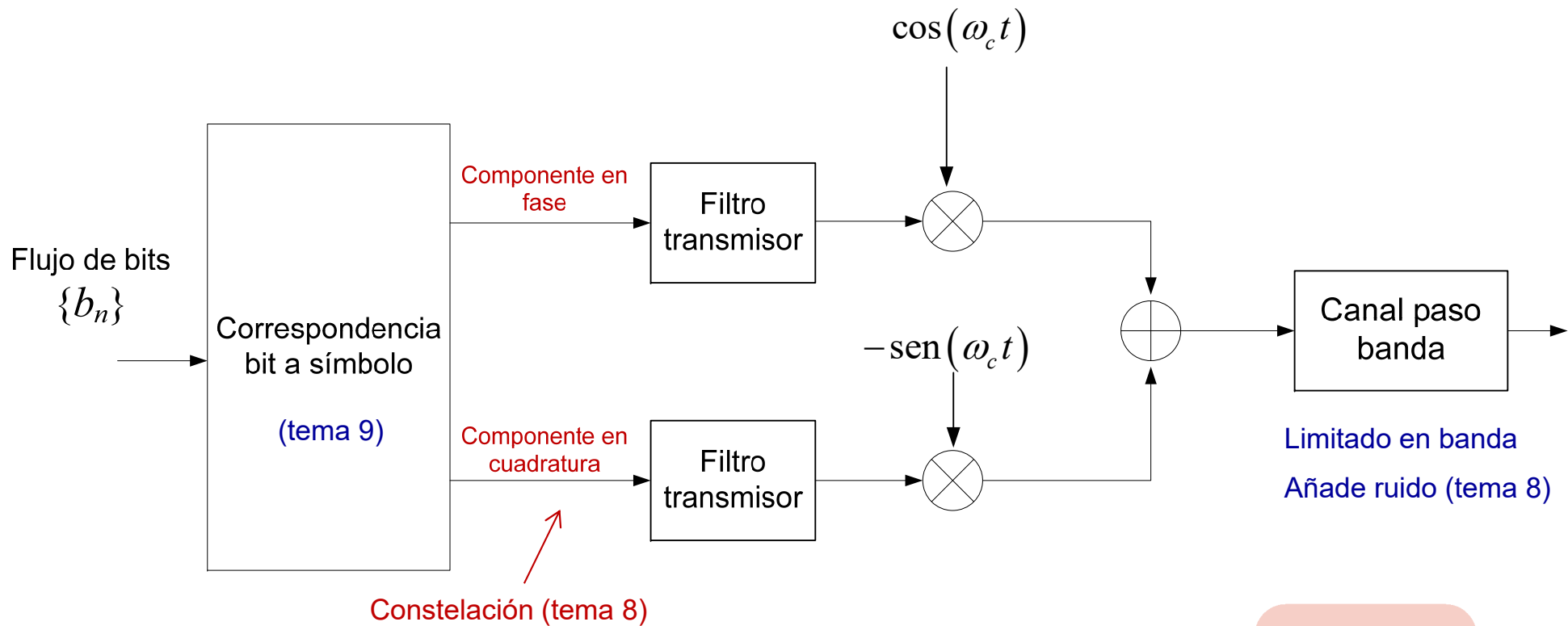
Flujo de bits



Ejemplos de señales moduladas paso banda
(suponiendo un filtro transmisor que emplea pulsos rectangulares)



Modulador fase-cuadratura (o modulador IQ)



Representación BB de señales PB,
mediante un vector en el plano complejo
Expresión general de una modulación
digital

$$s_i(t) = A(t) \cos(\omega_c t + \phi(t)) = \text{Re} \left\{ \overbrace{A(t) e^{j\phi(t)}}^{\text{Envolvente compleja}} e^{j\omega_c t} \right\} =$$

$$= \underbrace{A(t) \cos(\phi(t))}_{\text{Componente en fase, I}} \cos(\omega_c t) - \underbrace{A(t) \text{sen}(\phi(t))}_{\text{Componente en cuadratura, Q}} \text{sen}(\omega_c t)$$

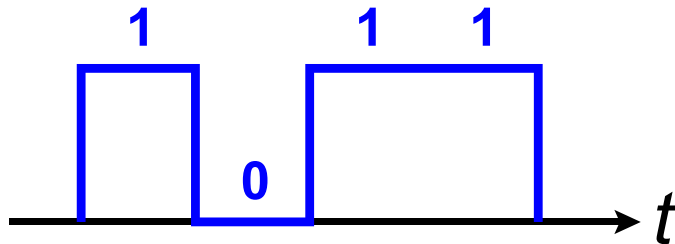


Transmisión digital por canales de ancho de banda limitado

ANCHO DE BANDA DE SEÑALES

Ancho de banda

- Caso NRZ-Level-Unipolar. Señal banda base

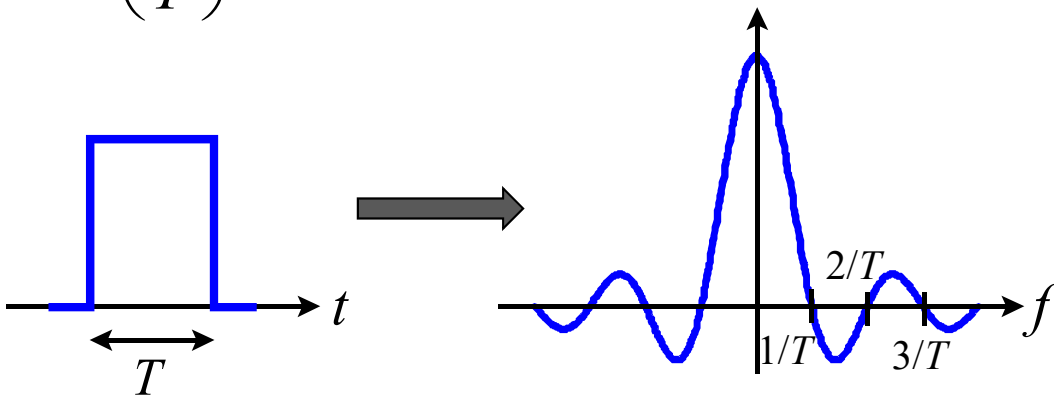


Nulos de la 'sinc' en:

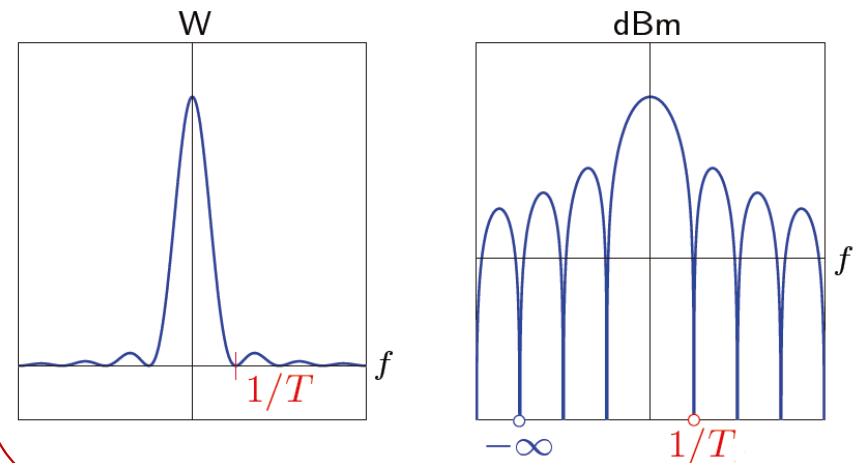
$$T \cdot f = 1, 2, 3 \dots$$

$$f = \frac{1}{T}, \frac{2}{T}, \frac{3}{T}, \dots$$

$$\Pi\left(\frac{t}{T}\right) \xrightarrow{\text{Transf. Fourier}} T \cdot \text{sinc}(T \cdot f)$$

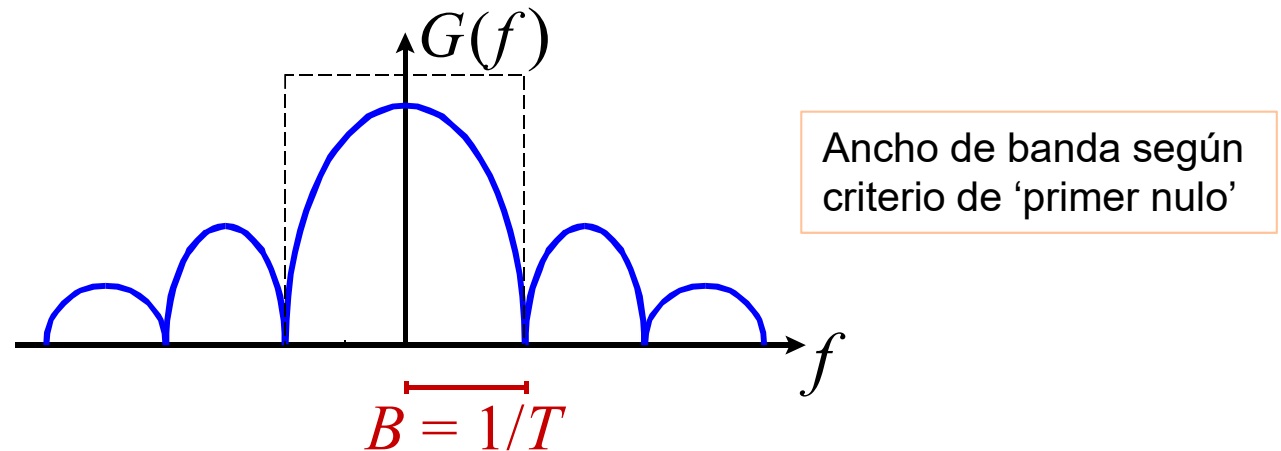


Densidad espectral de potencia

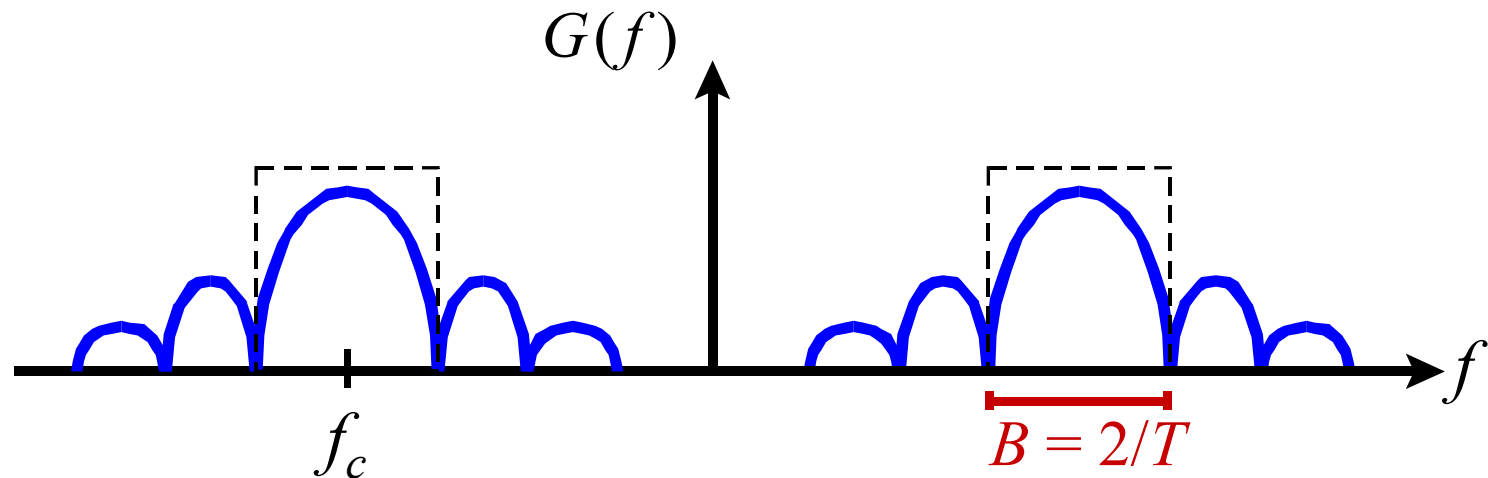


Ancho de banda utilizando pulsos rectangulares

- Señal banda base



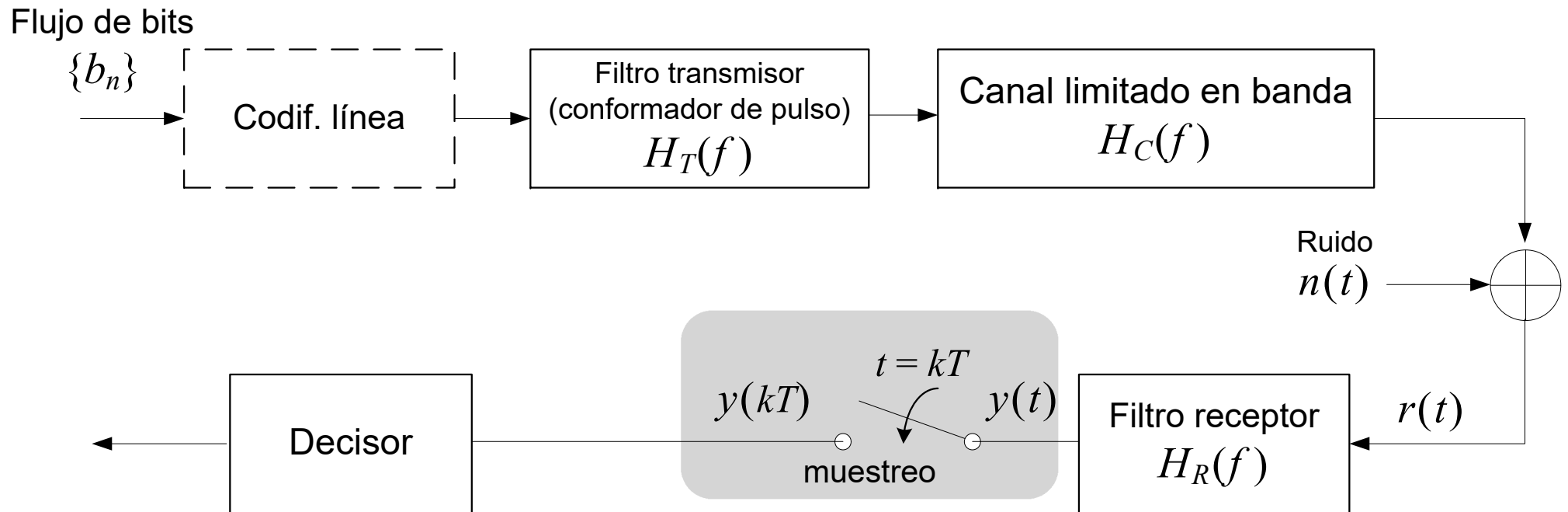
- Señal modulada. El ancho de banda ocupado se **duplica** (ocurre lo mismo con cualquier otro tipo de pulso o filtro transmisor)



Transmisión digital por canales de ancho de banda limitado

INTERFERENCIA ENTRE SÍMBOLOS (ISI)

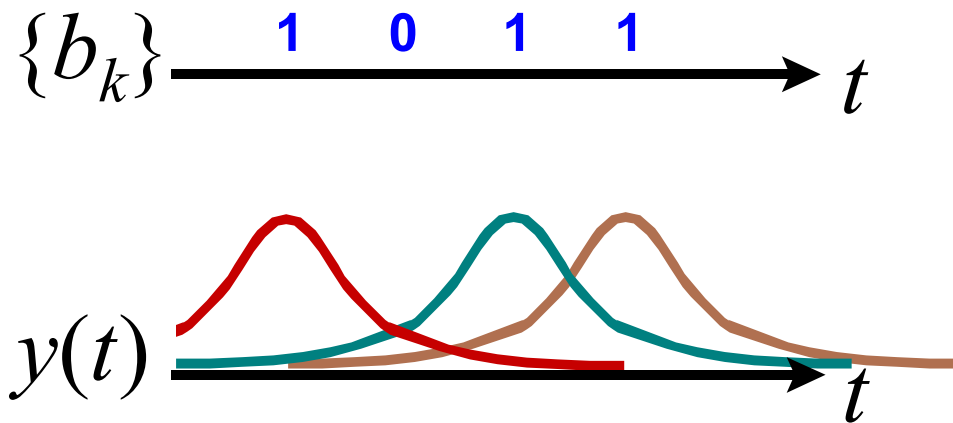
Modelo de sistema de comunicaciones



- Lo importante para el estudio de la interferencia entre símbolos es la respuesta global del sistema (filtro transmisor + canal + filtro receptor)

$$H(f) = H_T(f) \cdot H_C(f) \cdot H_R(f)$$

Planteamiento del problema



$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n h(t - nT)$$

Valor de la muestra k :

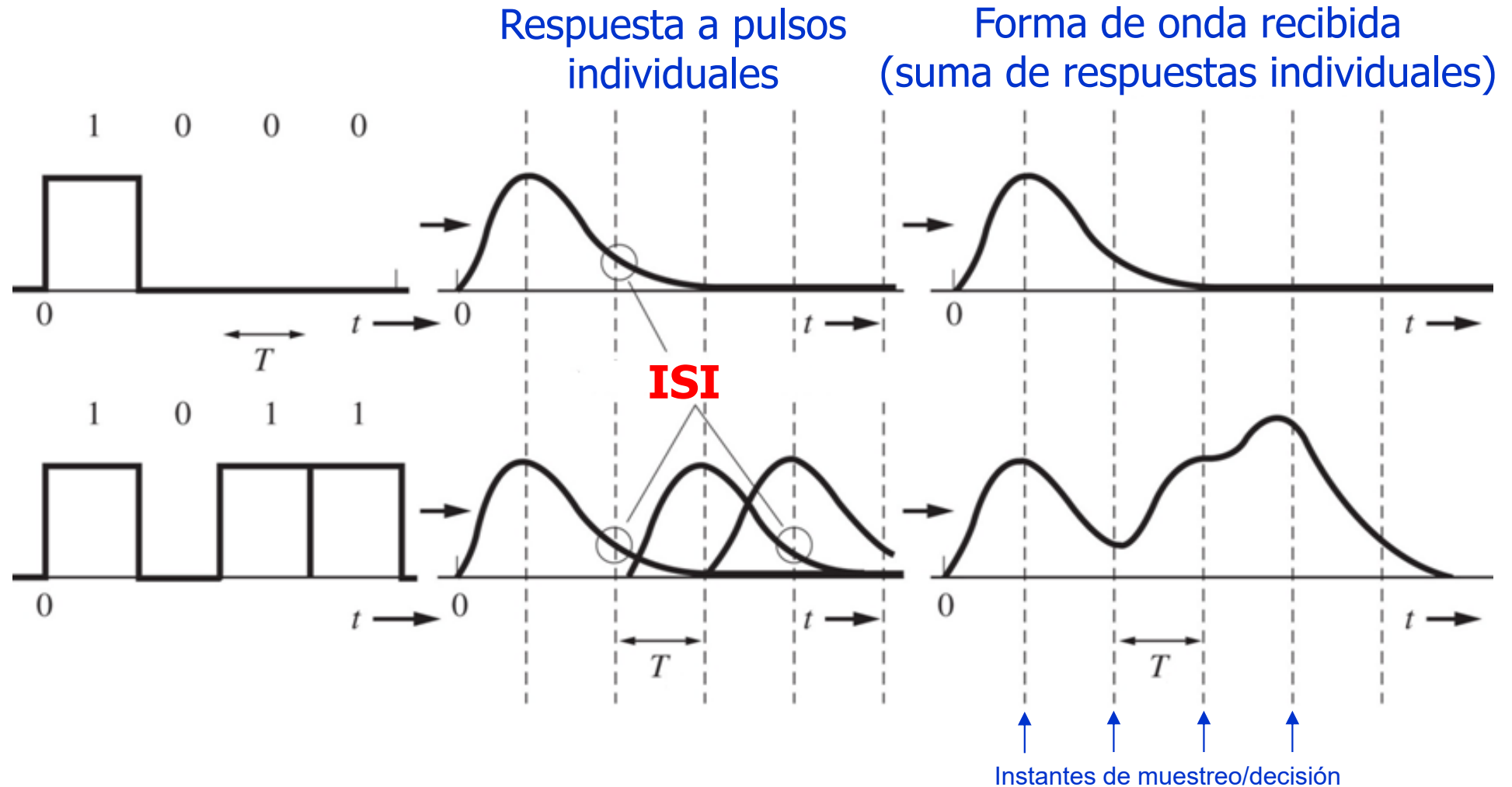
$$y_k = y(k \cdot T) = \underbrace{b_k h(0)}_{\text{valor deseado}} + \underbrace{\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq k}}^{\infty} b_n h((k-n)T)}_{\text{interferencia entre s\u00edmbolos (ISI)}}$$

Ejemplo. Transmisión de 5 s\u00edmbolos

$$k = 3: y_3 = b_1 h(2T) + b_2 h(T) + b_3 h(0) + b_4 h(-T) + b_5 h(-2T)$$

Transmisión por canal limitado en banda

Código de línea NRZ-L, canal paso bajo



Efecto del ancho de banda limitado

- La señal transmitida en un determinado intervalo temporal (tiempo de símbolo) interfiere con señales en otros intervalos:
 - ✓ **Interferencia entre símbolos (ISI)**

¿bajo qué condiciones puede conseguirse ISI nula?

- Respuesta del sistema
 - ✓ Primer criterio de Nyquist (no realizable físicamente)
 - ✓ Realización práctica: coseno alzado

Nota. En este tema no consideramos todavía el efecto del ruido



Transmisión digital por canales de ancho de banda limitado

PRIMER CRITERIO DE NYQUIST

Primer criterio de Nyquist

Buscamos las condiciones para que la ISI sea nula en el receptor

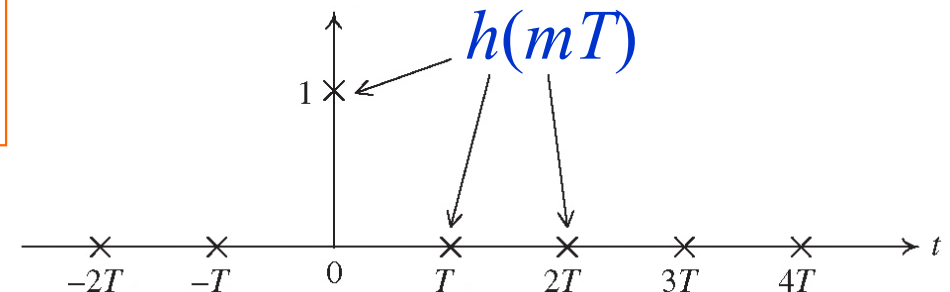
○ La interferencia entre símbolos en la muestra k es:

$$ISI = \sum_{n \neq k} b_n h((k-n)T)$$

Con el cambio de variable $m = k - n$ resulta: $ISI = \sum_{m \neq 0} b_{k-m} h(mT)$

○ Condición en el **tiempo**

$$ISI = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} h(mT) = 0, & m \neq 0 \\ h(0) \neq 0 \end{cases}$$



Primer criterio de Nyquist

- Condición en la **frecuencia**

$$h(mT) = h(t) \sum_m \delta(t - mT) = h(0) \delta(t) \neq 0$$

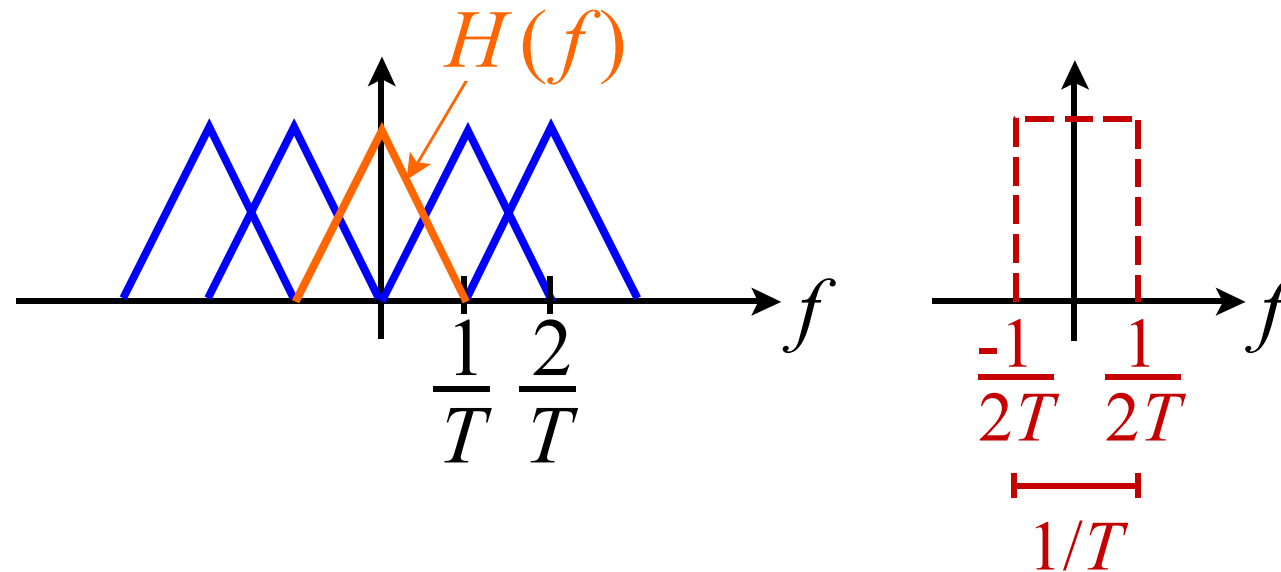
Realizando la transformada de Fourier en ambos términos:

$$H(f) * \frac{1}{T} \sum_m \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) = h(0)$$

$$\frac{1}{T} \sum_m H\left(f - \frac{m}{T}\right) = h(0) = cte \quad \forall f$$

La suma de $H(f)$ y sus réplicas (**subespectros**) desplazadas múltiplos enteros de $1/T$ debe ser un valor constante para cualquier f

Primer criterio de Nyquist



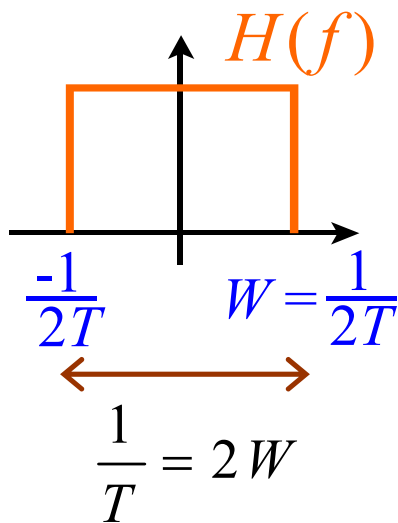
- En la práctica basta con comprobar que la suma de subespectros es plana en el intervalo $-1/2T \leq f \leq 1/2T$

$$ISI = 0 \Leftrightarrow \sum_{m=-\infty}^{\infty} H\left(f - \frac{m}{T}\right) = cte, \quad |f| \leq \frac{1}{2T}$$

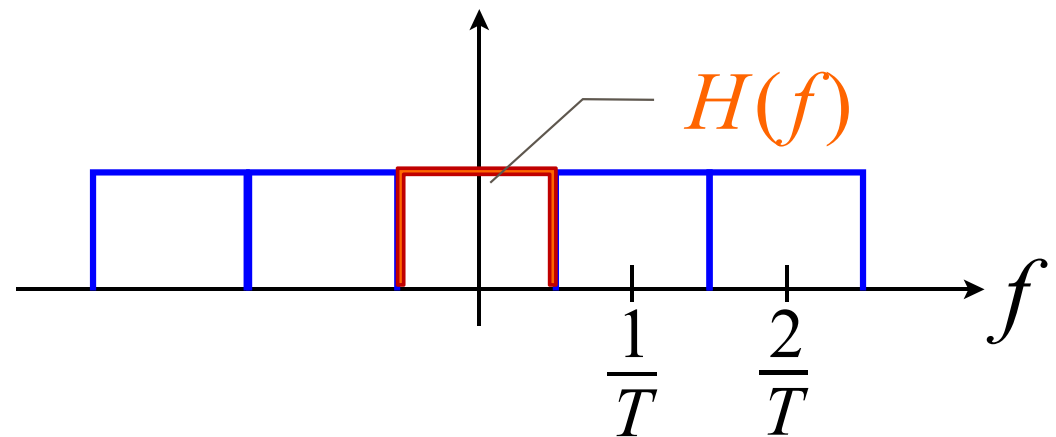
Canal de Nyquist

○ Solución trivial. Busco $H(f)$ tal que

- ✓ Copiando su espectro en m/T (m entero) la suma de los subespectros es plana



$$H(f) = \Pi\left(\frac{f}{1/T}\right) = \Pi\left(\frac{f}{2W}\right)$$

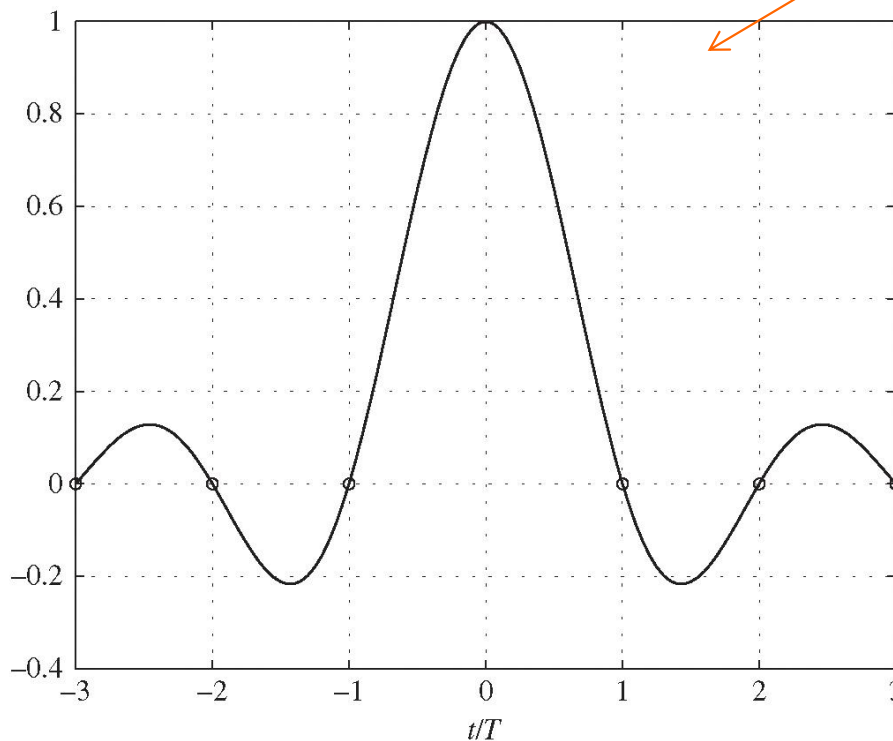


Canal de Nyquist
Filtro paso bajo ideal

Canal de Nyquist. Filtrado ideal

○ En tiempo:

$$h(t) = TF^{-1} \left\{ \Pi \left(\frac{f}{1/T} \right) \right\} = \frac{1}{T} \text{sinc}(t/T) = 2W \text{sinc}(2Wt)$$



Nulos en $t = T, 2T \dots$ La velocidad de transmisión es:

$$R_s = 1/T = 2W$$

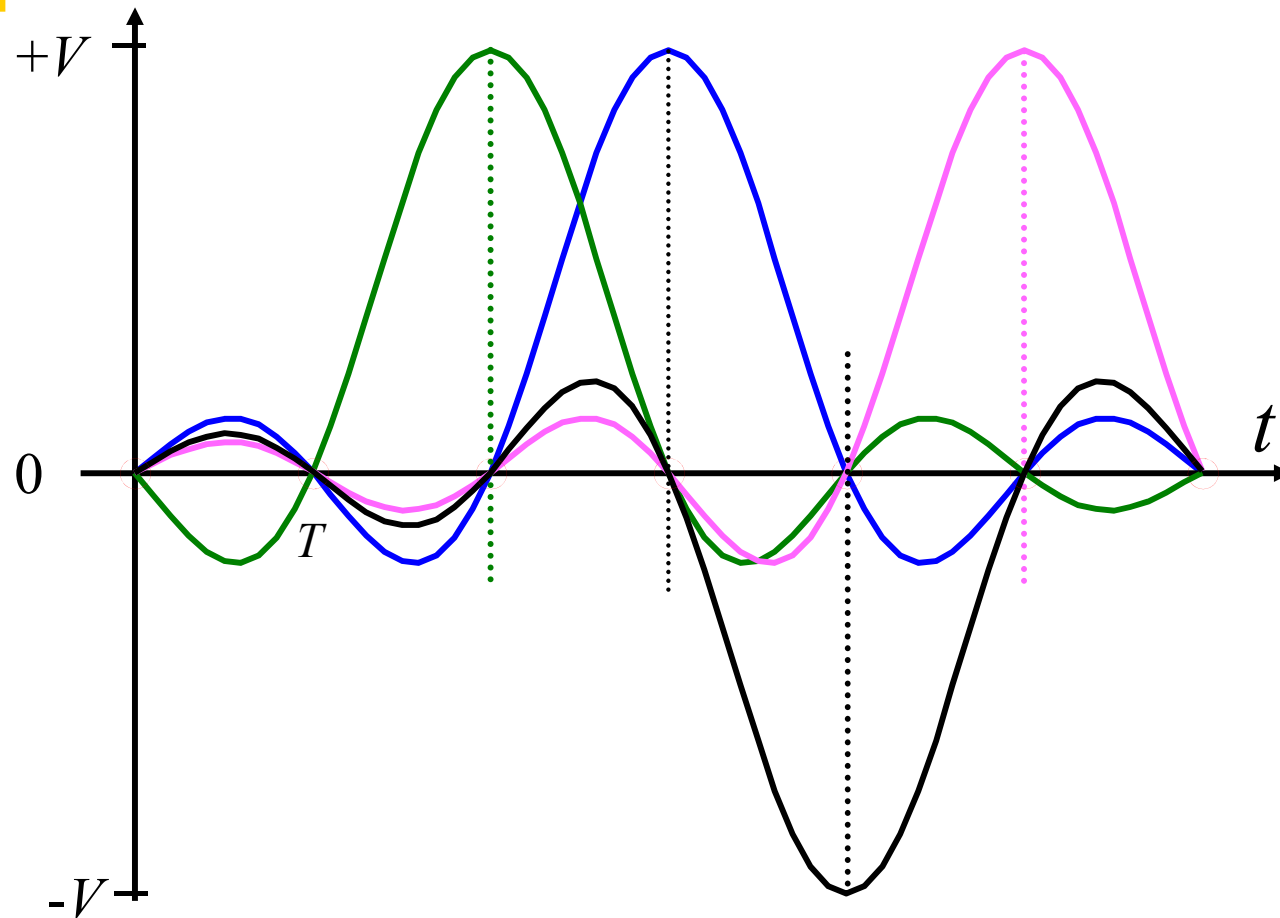
Otras posibilidades:

- Nulos en $t = 2T$, $R_s = 1/(2T) = W$
- Nulos en $t = 3T$, $R_s = 1/(3T) = 3W/2$

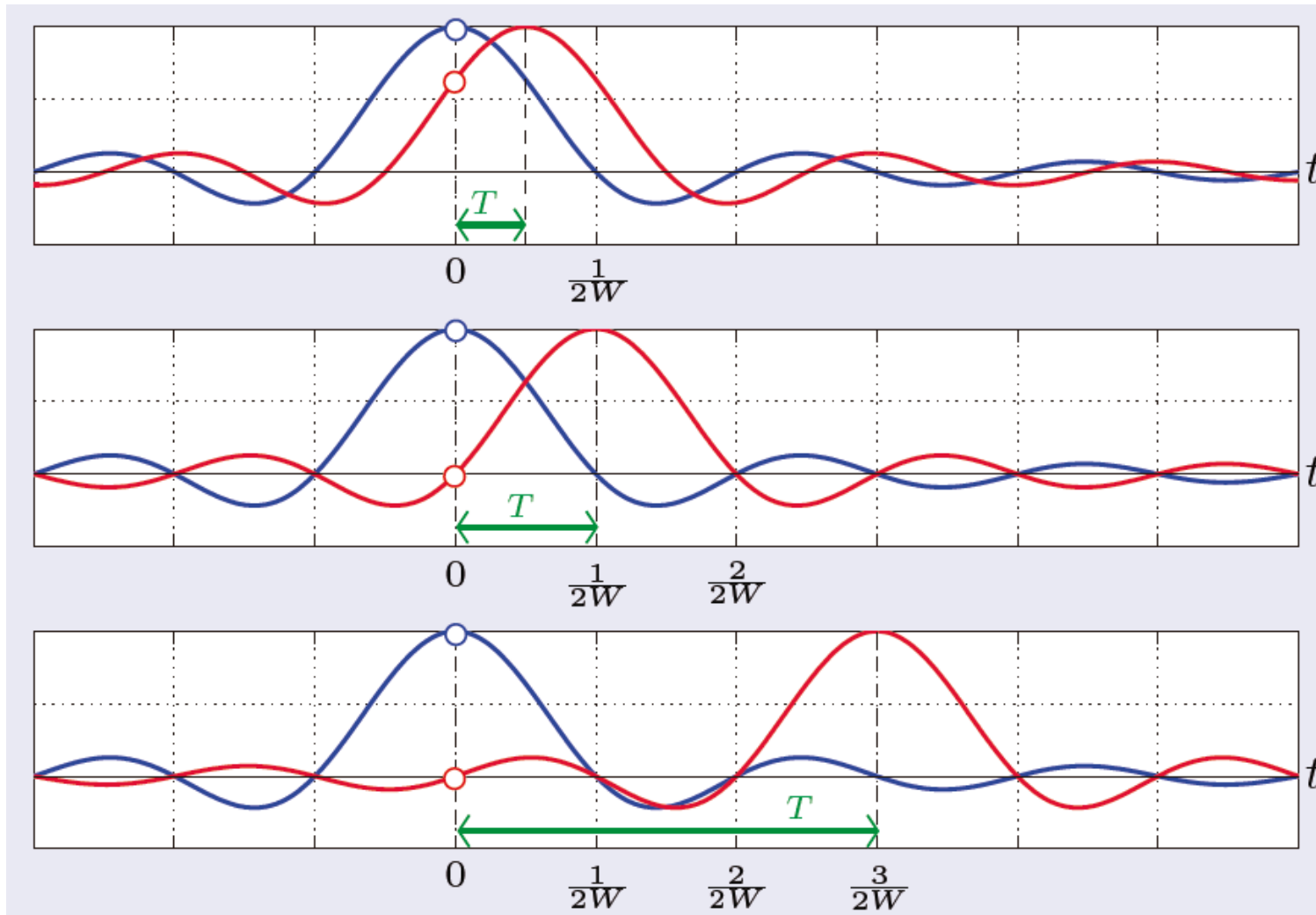
...

Canal de Nyquist. Velocidad óptima

$$R_s = 1/T$$



Otras velocidades



$R_s = 2 \cdot (1/T)$
Hay ISI

$R_s = 1/T$
No hay ISI

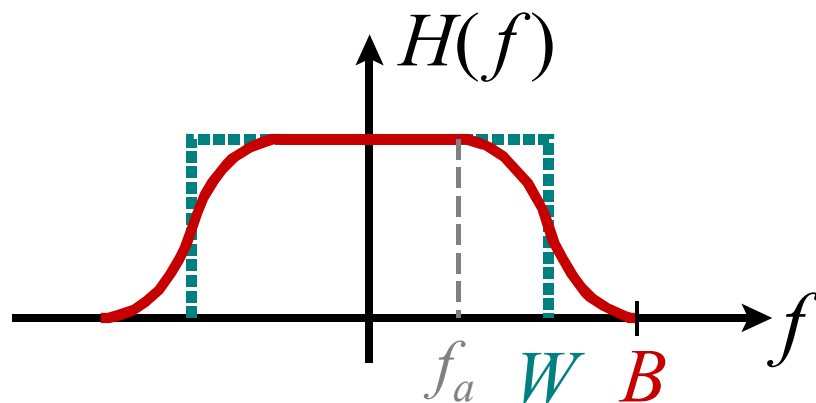
$R_s = (1/3) \cdot (1/T)$
No hay ISI (pero
no óptimo)

Transmisión digital por canales de ancho de banda limitado

PULSOS EN COSENO ALZADO

Coseno alzado

- El Canal de Nyquist no es realizable
 - ✓ En frecuencia: flanco de pendiente infinita
 - ✓ En tiempo: no causal, respuesta infinita
 - ✓ Las colas de $h(t)$ decrecen lentamente
 - ❑ Muy sensible a errores en la temporización
- Buscamos
 - ✓ En frecuencia: flancos suaves (realizable)
 - ✓ En tiempo: $h(t)$ que se atenúa deprisa

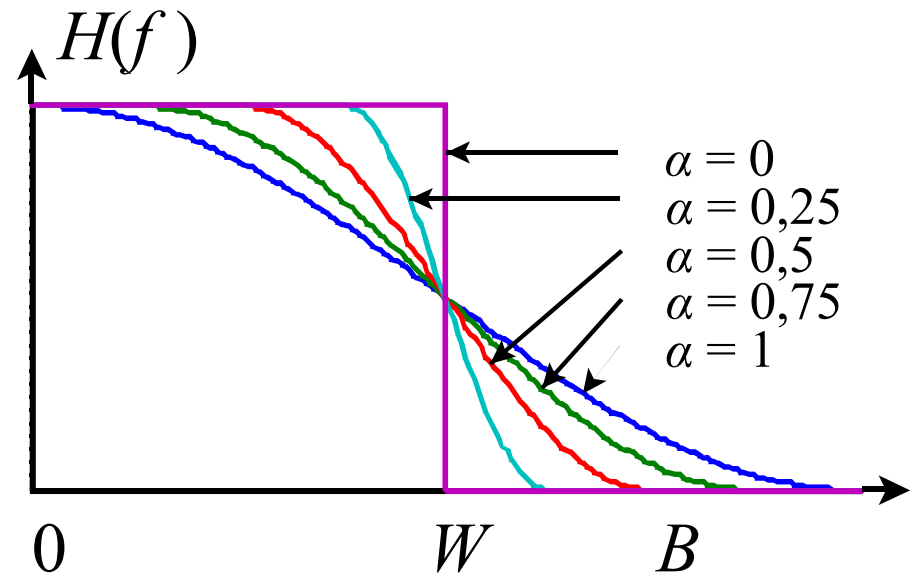


$$W = \frac{1}{2T} = \frac{R_s}{2} \quad (\text{Criterio Nyquist})$$

$$\left. \begin{aligned} B &= W(1 + \alpha) \\ f_a &= W(1 - \alpha) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\alpha : \text{roll-off} \\ &0 \leq \alpha \leq 1 \end{aligned}$$

Coseno alzado

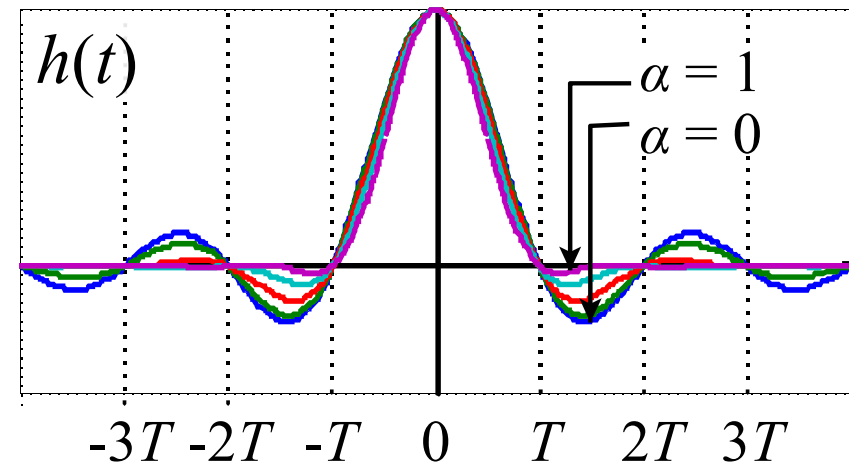
$$H(f) = \begin{cases} 1 & 0 \leq |f| \leq \frac{1-\alpha}{2T} \\ \frac{1 + \cos\left(\frac{\pi T}{\alpha} \left(|f| - \frac{1-\alpha}{2T}\right)\right)}{2} & \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$



$$h(t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right) \cdot \frac{\cos(\pi \alpha t/T)}{1 - 4 \alpha^2 t^2/T^2}$$

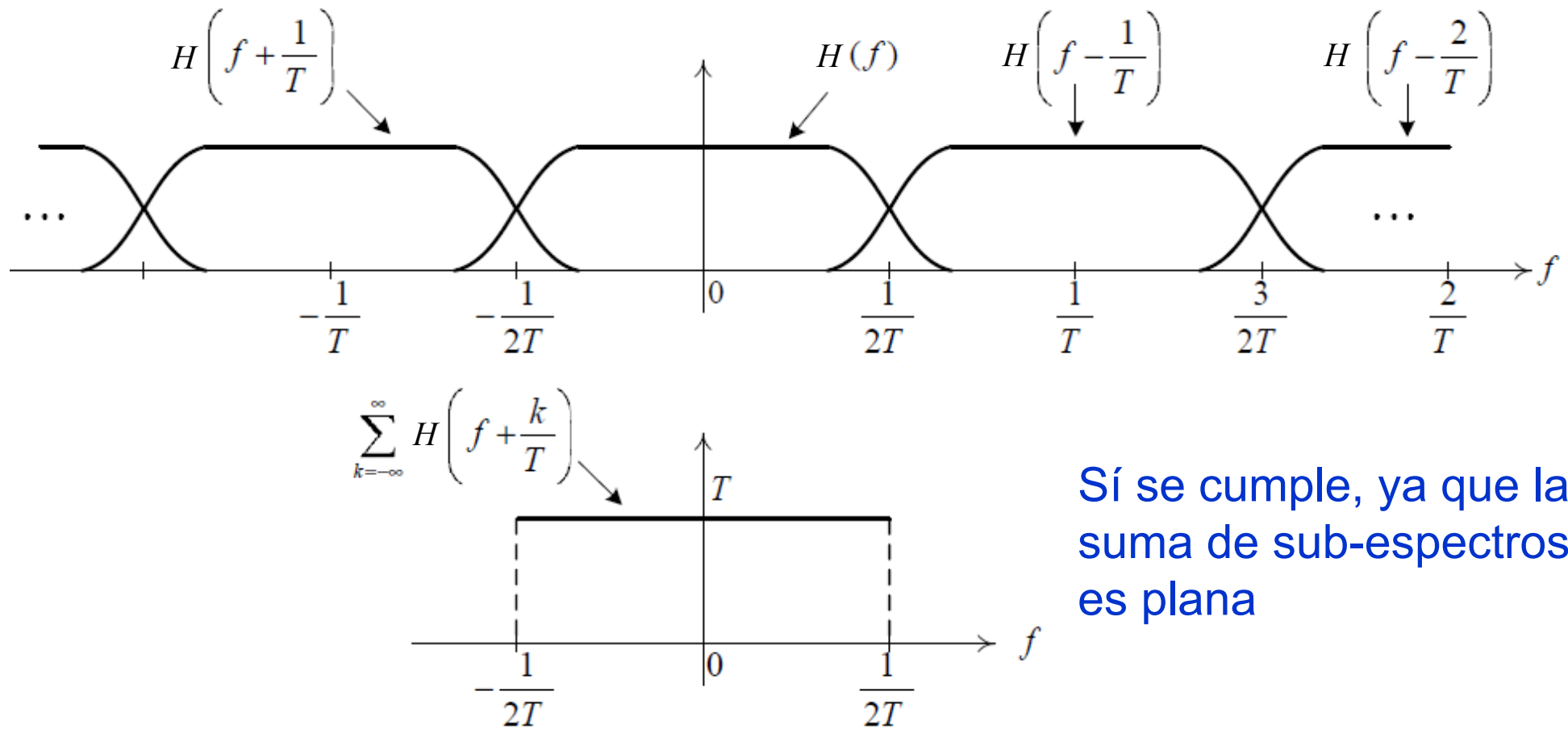
B : ancho de banda del canal

W : relacionado con R_s



Coseno alzado

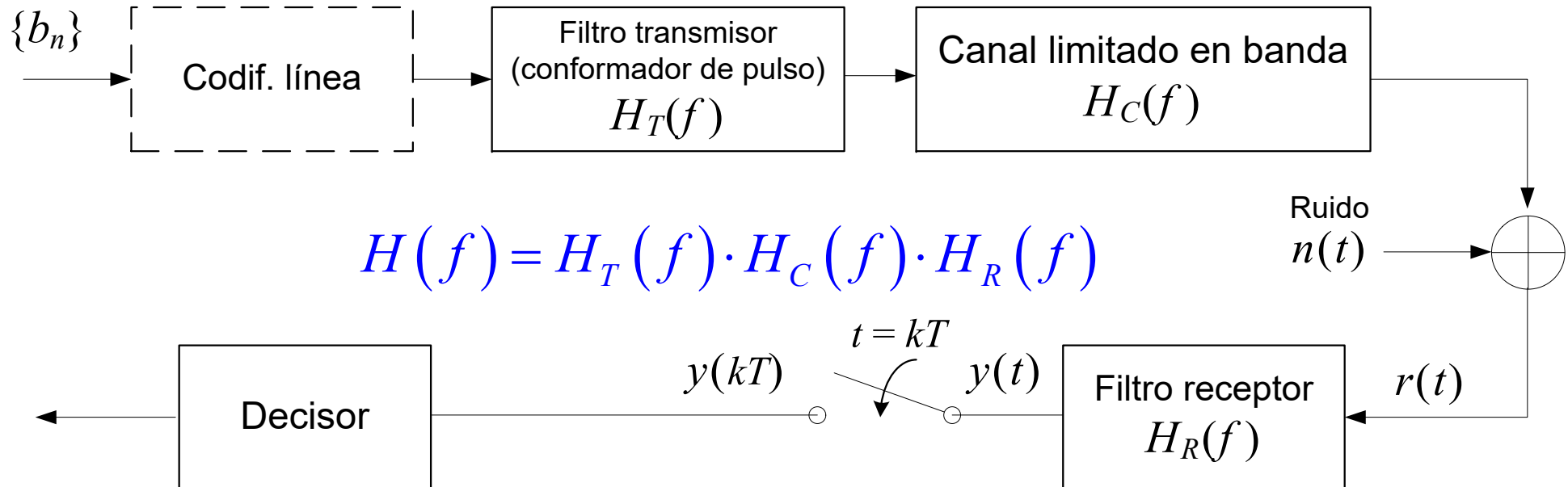
¿Se cumple el criterio de Nyquist en frecuencia?



Sí se cumple, ya que la suma de sub-espectros es plana

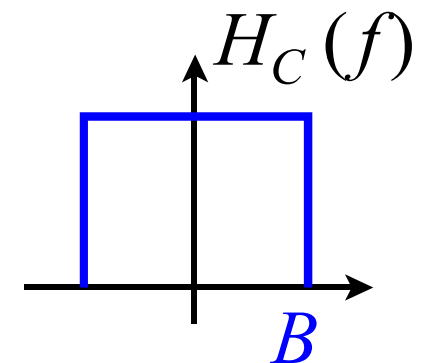
Realización práctica (I)

Flujo de bits



$$H(f) = H_T(f) \cdot H_C(f) \cdot H_R(f)$$

- Se actúa sobre la señal transmitida (el canal es difícilmente controlable)
- Suele suponerse que el canal tiene un ancho de banda B y no distorsiona el espectro de la señal transmitida (canal plano)



Realización práctica (II)

- Conformador de pulso en transmisión
 - ✓ Se transmite forma de onda que cumpla criterio de Nyquist
 - ✓ Típicamente coseno alzado (truncado a varios símbolos)
- Otra posibilidad (muy utilizada)
 - ✓ Transmitir pulso 'predistorsionado': raíz de coseno alzado
 - ✓ Filtrar en recepción con un filtro adaptado de raíz de coseno alzado
 - ✓ Respuesta global: coseno alzado
- En cualquier caso, el ancho de banda necesario para transmitir una señal en coseno alzado (o raíz de coseno alzado) es:

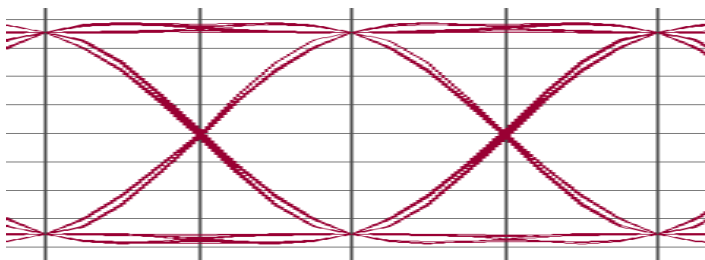
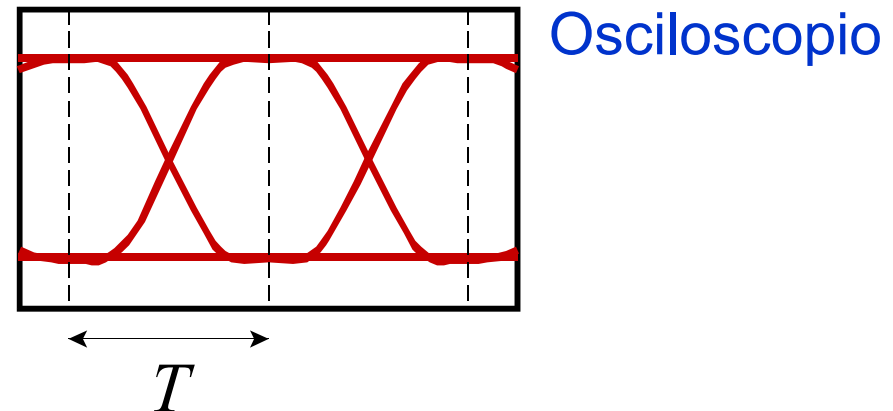
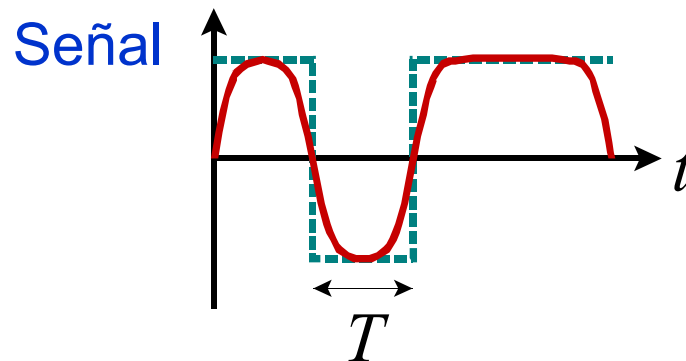
$$B = \frac{R_s}{2}(1 + \alpha)$$

Transmisión digital por canales de ancho de banda limitado

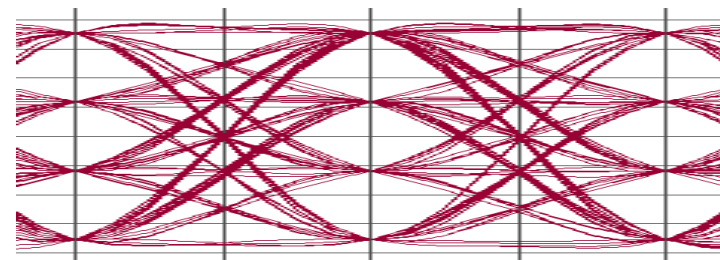
DIAGRAMA DE OJOS

Diagrama de ojos

- Representación en el tiempo de los cambios de nivel
- Permite evaluar fácilmente la calidad: ruido, interferencia entre símbolos, sincronismo...



2 niveles

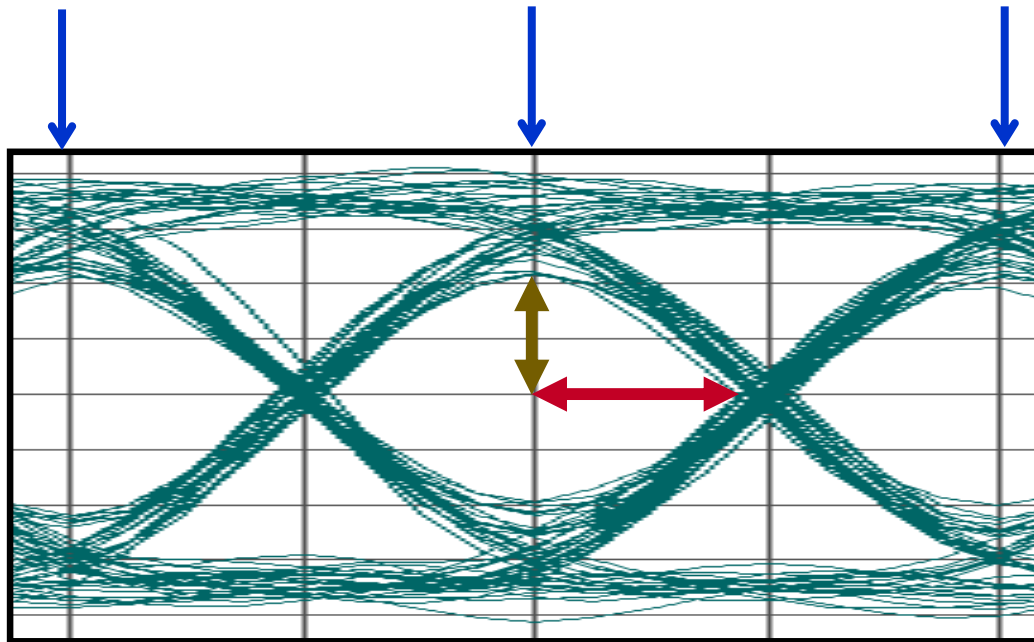


4 niveles

Diagrama de ojos

- Medidas: apertura del ojo

Instantes de muestreo óptimo



Margen contra el ruido



Margen contra errores de temporización

Transmisión digital por canales de ancho de banda limitado

CÓDIGOS DE LÍNEA

Características a considerar

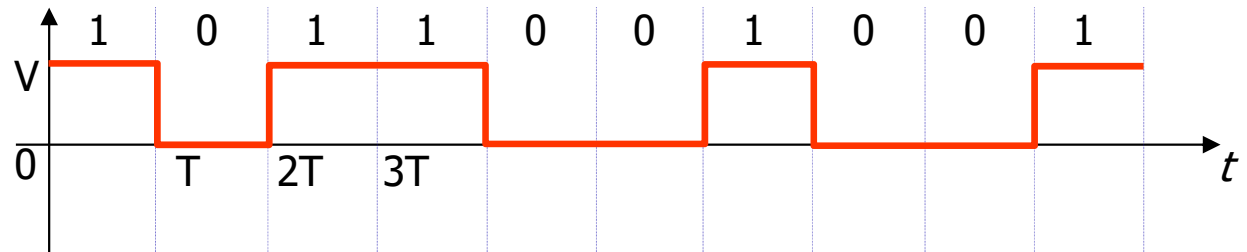
- Preferible sin componente continua
- Auto-sincronización
 - ✓ Algunos códigos (p.ej. Manchester) incluyen transiciones para simplificar la sincronización
- Detección de errores
 - ✓ Algunos códigos (p.ej. duobinario) incluyen detección de errores sin introducir bits de redundancia (hay combinaciones no permitidas)
- Eficiencia espectral
 - ✓ Códigos multinivel incrementan eficiencia espectral para una velocidad binaria dada (más información transmitida por Hz)
- Codificación diferencial
 - ✓ La inversión de la forma de onda no afecta a la información
- Inmunidad frente al ruido
 - ✓ P.ej. NRZ más protegida frente a ruido que RZ unipolar

Códigos NRZ

Sin retorno a cero de los pulsos en todo el intervalo

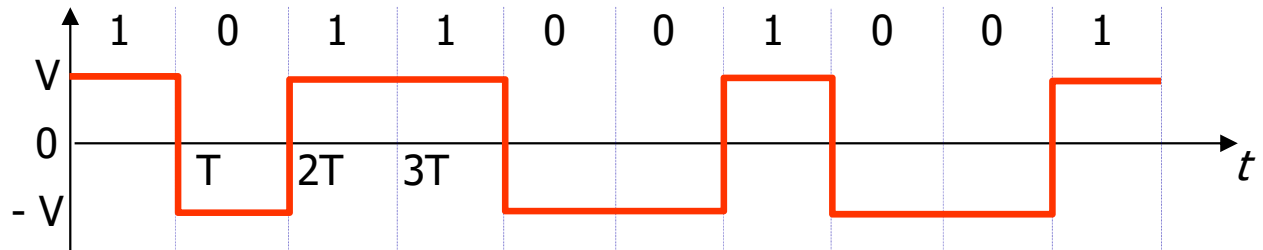
NRZ Unipolar

- '1' = $+V$ / '0' = $0 V$
- Con continua
- Pérdidas sincronismo si no hay transiciones



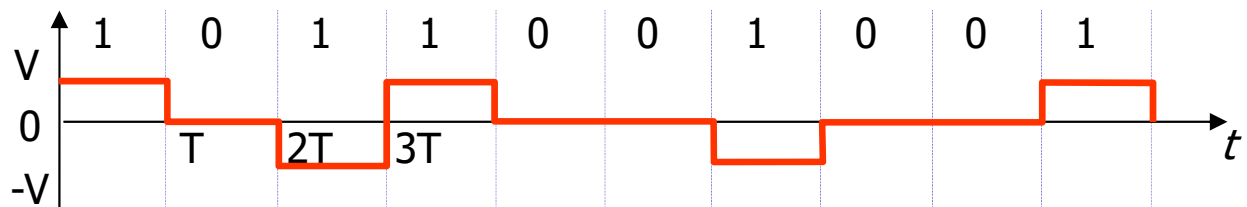
NRZ Polar (NRZ-L)

- '1' = $+V$ / '0' = $-V$
- Sin continua
- Pérdidas sincronismo si no hay transiciones



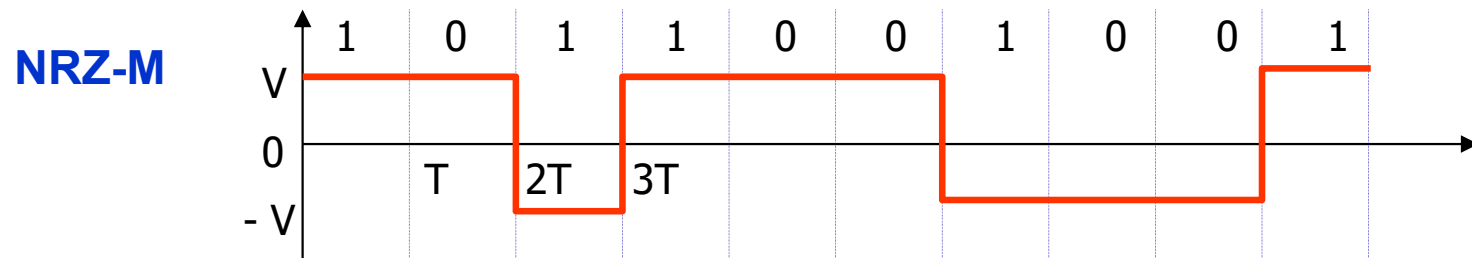
NRZ Bipolar

- '0' = $0 V$
- '1' = alterna $+V$ y $-V$
- Sin continua
- Evita pérdidas sincronismo en secuencias de '1'
- Alternancia = puede detectar errores



Códigos NRZ diferenciales

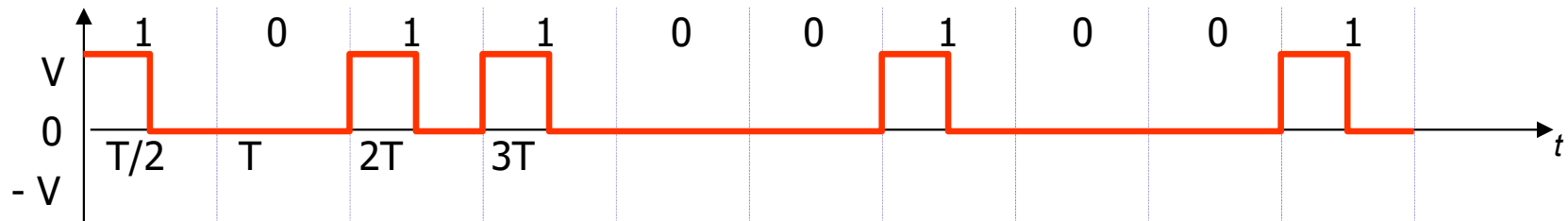
- Cambios al comienzo del símbolo
 - ✓ Por ejemplo, un '1' produce el cambio: NRZ-M (*Non Return to Zero-Mark*):
- Sin continua
- Útiles en cinta magnética



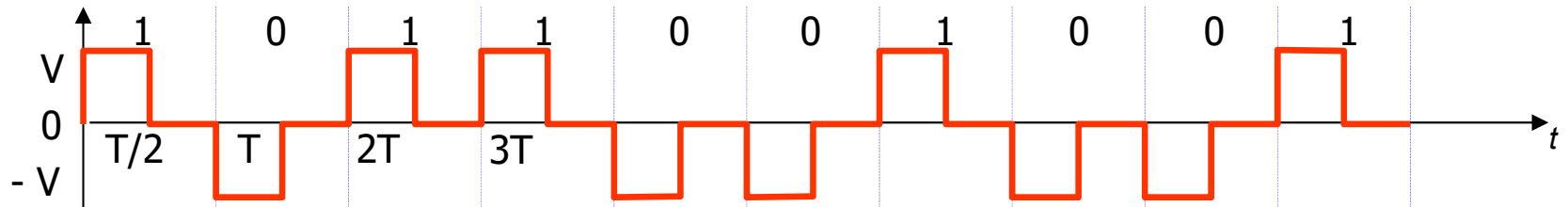
Códigos RZ

- Retorno a cero durante medio periodo
 - ✓ Mejora sincronismo en secuencias de '1' consecutivos

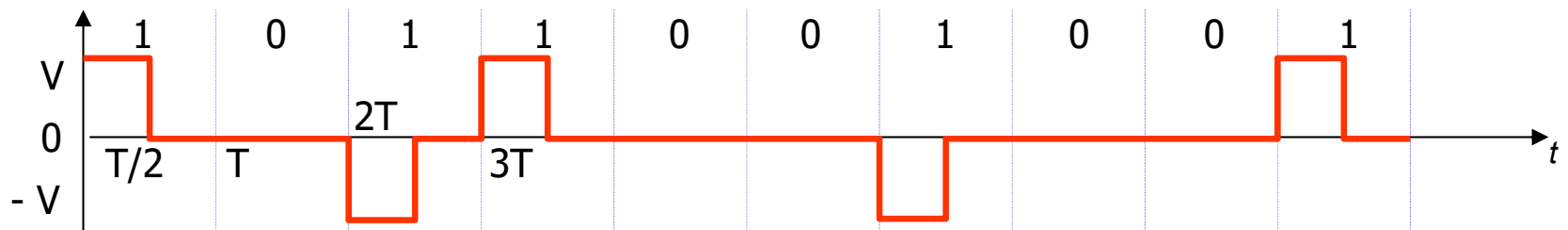
RZ-Unipolar



RZ-Polar



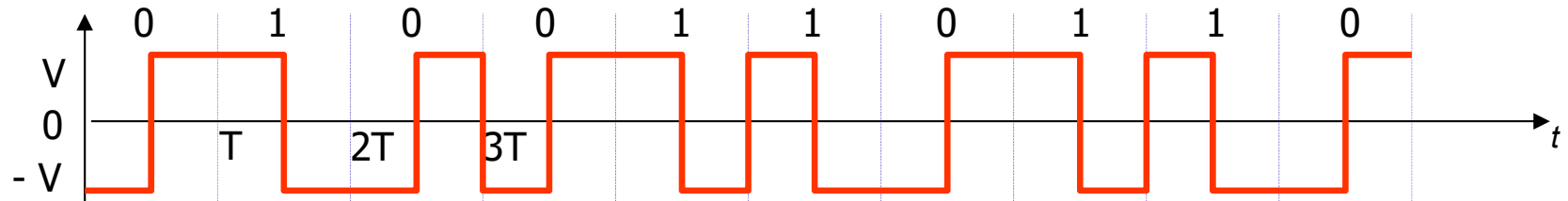
RZ-Bipolar = AMI (Alternated Mark Inversion)



Otros códigos

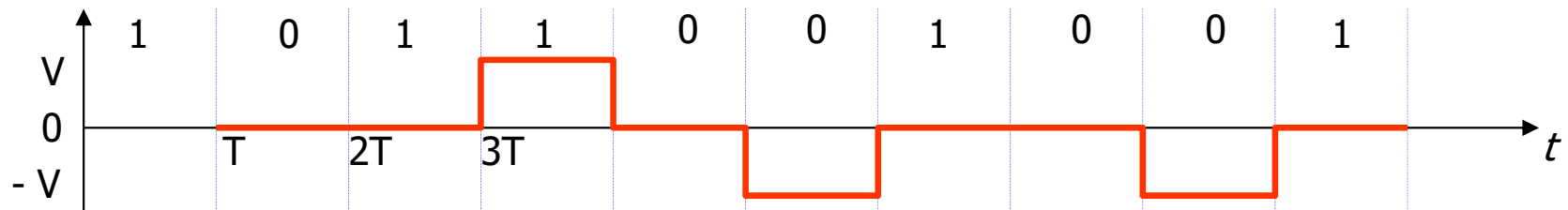
Código Manchester

- ✓ '1' = transición alto-bajo en $T/2$ (↘)
- ✓ '0' = transición bajo-alto en $T/2$ (↗)
- ✓ Mejora sincronismo. Típico en LAN

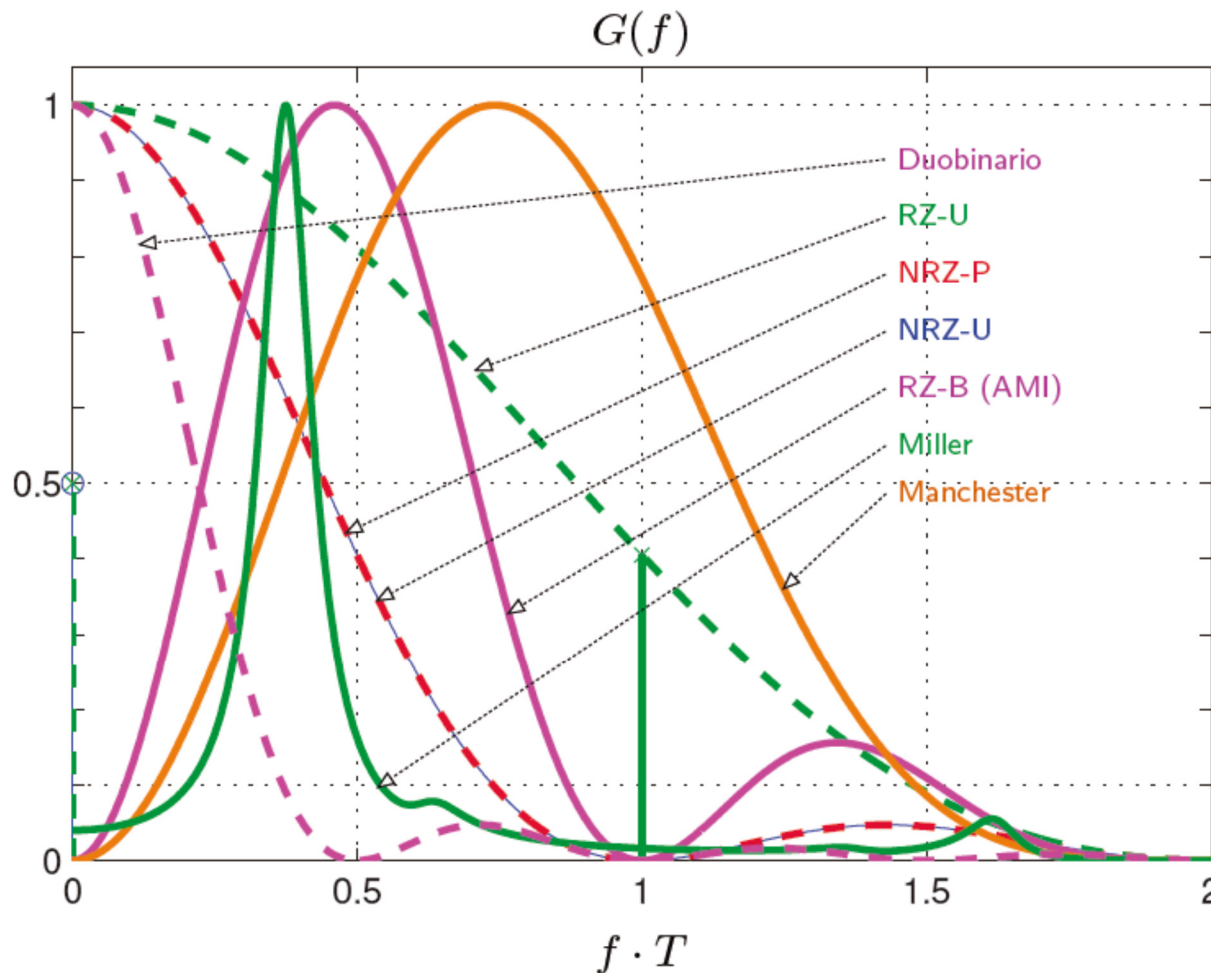


Código duobinario

'0-0' = -V
'1-1' = +V
'0-1' = 0 V
'1-0' = 0 V



Densidades espectrales



NRZ-Unipolar

- Continua (delta en $f = 0$)
- Mucha potencia en torno a $f = 0$

NRZ-Polar

- Forma idéntica a NRZ-U, pero sin continua

RZ-Unipolar

- Continua
- Mucha potencia en torno a $f = 0$
- Como el pulso dura $T/2$ se dobla el BW

RZ-Bipolar (AMI)

- Sin continua
- Sin potencia en torno a $f = 0$
- Aunque el pulso dura $T/2$ la alternancia mantiene el BW

Manchester

- Como el pulso dura $T/2$ se dobla el BW

Duobinario

- Sin continua
- Mucha potencia en torno a $f = 0$